Τα καλύτερα Φροντιστήρια της πόλης

ΘΕΜΑ Β

Β1) f παραγωγίσιμη στο R ως πολυωνυμική με: $f'(x) = x^2 - 6x + 5$

Β2) $f'(x) = 0 => x^2 - 6x + 5 = 0 => x_1 = 1, x_2 = 5$

$f'(x) > 0 => x^2 - 6x + 5 > 0 => x \in (-\infty, 1)U(5, +\infty)$

$f'(x) < 0 => x^2 - 6x + 5 < 0 => x \in (1.,5)$

Άρα η f είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα $(-\infty, 1]$ και $[5, +\infty)$

Και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα [1,5].

Παρουσιάζει ολικό μέγιστο για $x = 1$ ίσο με το $f(1) = \frac{8}{3}$

Και ολικό ελάχιστο για $x = 5$ ίσο με το $f(5) = -58$

Β3) Έστω (ε) $y = \lambda x + \beta$ η εφαπτόμενη της Cf στο σημείο της με τετμημένη $x = 0$.

$f(0) = \frac{1}{3}$, άρα έχουμε το $A(0,\frac{1}{3})$ ως σημείο επαφής.

$\lambda = f'(0) = 5 => y = 5x + \beta$

$A\left(0, \frac{1}{3}\right) \in (\varepsilon) => \beta = \frac{1}{3} => y = 5x + \frac{1}{3}$ η ζητούμενη ευθεία.

Β4) $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h} = f'(-1) = 12$ από τον ορισμό του ορίου της παραγώγου.

Επιμέλεια:

Πασχάλης Νίκας, Καραμπετάκη Δομνίκη, Σκουλάξενος Βαγγέλης, Νικηφόρος Μανώλης, Φορτούνη Μαρία-Ανδριάννα, Ελευθεράκης Παναγιώτης, Ανυφαντάκη Μαρίνα, Στάκα Ευαγγελία, Χασαλεύρης Θάνος

και τα κέντρα ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ: Πειραιάς, Καβάλα, Διαδικτυακό, Μοσχάτο, Ηράκλειο Κρήτης, Κατερίνη, Περιστέρι Κέντρο

Δ1 Απο το πυθαγόρειο Θεώρημα Για $x>0$, $y>0$

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 \Rightarrow 100 = x^2 + y^2 \Rightarrow y^2 = 100 - x^2 \Rightarrow y = \sqrt{100 - x^2}$$

Άρα $y = f(x) = \sqrt{100 - x^2}$.

Θα πρέπει $100 - x^2 \geq 0 \Rightarrow 100 \geq x^2 \Rightarrow 10 \geq |x| \overset{x>0}{\Rightarrow}$ ~~$x \leq 10$~~

$10 \geq x \geq 0$ άρα $A = [0, 10]$

Δ2 $f'(x) = \dfrac{-2x}{2\sqrt{100 - x^2}}$ άρα ~~$f'(x)$~~. $f'(8) = \dfrac{-16}{2\sqrt{36}} = -\dfrac{16}{12} =$

$= -\dfrac{4}{3}$ Μ./Μ

Δ3 $$\lim_{x \to 6} \frac{f(x) - 8}{x - 6} = \lim_{x \to 6} \frac{\sqrt{100 - x^2} - 8}{x - 6} =$$

$$= \lim_{x \to 6} \frac{36 - x^2}{(x-6)\left(\sqrt{100 - x^2} + 8\right)} = \lim_{x \to 6} \frac{(6-x)(6+x)}{(x-6)\left(\sqrt{100 - x^2} + 8\right)} =$$

$$= -\lim_{x \to 6} \frac{6 + x}{\sqrt{100 - x^2} + 8} = -\frac{12}{16} = -\frac{3}{4}$$

Δ4 Η $f'(x) = \dfrac{-2x}{2\sqrt{100 - x^2}} < 0$ άρα f γνησίως φθίνουσα

για $x \in [0, 10]$ άρα.

$2{,}3 < 2{,}8 < 3{,}5 \Rightarrow$

$x_1 < x_3 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_3) > f(x_2)$